



Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

“29” серпня 2023 року, протокол № 8

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ: (вказати авторів, їхні наукові ступені, вчені звання та посади)

***Жолткевич Григорій Миколайович***, доктор техн. наук, професор, декан факультету математики і інформатики.

Програму схвалено на засіданні кафедри теоретичної та прикладної інформатики

Протокол від “28” серпня 2023 року № 1

В.о. завідувача кафедри теоретичної та прикладної інформатики



(підпис)

Євген МЕНЯЙЛОВ

(прізвище та ініціали)

Програму погоджено з гарантими освітньо-професійних програм факультету математики і інформатики:

Гарант ОНП Комп'ютерні науки

(підпис)

Микола ТКАЧУК

(прізвище та ініціали)

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики

Протокол від “29” серпня 2023 року, протокол № 1

Голова науково-методичної комісії



(підпис)

Ольга АНОЩЕНКО

(прізвище та ініціали)

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «Теорія обчислень і програмування» складена відповідно до освітньо-наукової програми підготовки третього (освітньо-наукового) рівня (докторів філософії) зі спеціальності 122 Комп'ютерні науки.

### 1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Теорія програмування вивчає логічні і математичні засади, що дозволяють точно описувати програми, данні і обчислювальні процеси. Вона має таке ж відношення до програмування, як математична логіка до математики. Основна мета цього курсу - пояснити логічні та математичні основи програмування та продемонструвати, як ці теоретичні результати можуть бути застосовані до техніки програмування.

#### 1.2. Основні завдання вивчення дисципліни:

- розуміти призначення моделей обчислень, розрізняти імперативні і декларативні моделі обчислень;
- розуміти значення термінів обчислюваність, розв'язність, рекурсивна перелічуваність, рекурсивність, напіврозв'язність;
- володіти технікою компонування програм з простих компонентів;
- володіти технікою нумерації;
- вміти застосовувати теореми Райса, Райса-Шапіро, Кліні до задач програмування;
- володіти технікою безтипового  $\lambda$ -числення як різновидом декларативної моделі обчислюваності;
- вміти виражати основні програмні конструкції  $\lambda$ -термами;
- розуміти метод введення типів;
- вміти типізувати  $\lambda$ -термами;
- розуміти взаємозв'язок між логікою і обчисленнями в термінах відповідності Каррі-Говарда;
- володіти базовою технікою застосування Coq Proof Assistant.

Компетентності відповідно освітньо-наукової програми.

Загальні компетентності:

ЗК6. Здатність генерувати нові інноваційні ідеї, критично мислити, адаптуватися до нових умов та ситуацій.

ЗК7. Здатність моделювати, проектувати, конструювати, удосконалювати, застосовувати та впроваджувати сучасні ІСТ в різних галузях науки, техніки, економіки, освіти, оборонної промисловості, транспорту, медицини, адміністративного управління та ін.

ЗК10. Здатність застосувати сучасні інформаційні і комунікаційні технології, включаючи методи отримання, обробки та зберігання наукової інформації.

ЗК11. Здатність розробляти, удосконалювати, використовувати сучасні ІСТ в навчально-методичній, науково-дослідній, проектно-технологічній, організаційно-управлінській та інноваційній діяльності.

ЗК12. Здатність впроваджувати інформаційні системи з використанням інформаційно-комунікаційні технологій.

Фахові компетентності:

ФК1. Здатність створювати проектні групи для управління проектами з використанням спеціалізованих онлайн платформ для роботи великими масивами даних.

ФК2. Здатність створювати дослідницькі групи для проведення аналізу та обробки великих масивів даних.

ФК4. Здатність розробки та використання нового програмного забезпечення для аналізу та обробки великих масивів даних.

ФК6. Здатність моделювання стохастичних процесів для забезпечення комп'ютеризованого керування з використанням сучасних методів.

ФК8. Здатність організації управління стохастичними процесами з використанням сучасних моделей.

ФК13. Здатність до теоретичної оцінки витрат обчислювальних ресурсів.

ФК14. Здатність будувати системи математичних моделей, необхідних для всебічного вивчення технічних систем, зокрема, ПС.

ФК15. Здатність перетворювати формальні моделі в напрямку отримання практично необхідної комп'ютерної моделі та ставити задачі збереження і обробки даних.

ФК16. Здатність до планування і виконання комп'ютерного експерименту та управління ним.

ФК17. Здатність до аналізу результатів комп'ютерного експерименту з урахуванням витрат обчислювальних ресурсів.

ФК18. Здатність до проектування, розробки та супроводження розподілених баз даних.

ФК19. Здатність до проектування і побудови баз знань, теоретичного обґрунтування цих знань та необхідних навичок використання.

Програмні результати навчання

ПРН3. Застосовувати знання та уміння із наукової та професійної підготовки при вирішенні спеціалізованих завдань в галузі інформаційних технологій.

ПРН6. Порівнювати, кількісно та якісно оцінювати, корегувати очікувані/отримані результати.

ПРН7. Використовувати мотивацію та стимулювання як внутрішніх, так і зовнішніх чинників в набутті знань з метою удосконалення власних професійних умінь.

ПРН10. Створювати концепцію власних оригінальних наукових досліджень, організовувати наукові дослідження та експерименти в області ІСТ.

ПРН11. Відтворювати навички виконання окремих методів наукового дослідження в області ІСТ.

ПРН12. Вдосконалювати концепції, підходи, моделі, методи, методики, технології, створення ІСТ та уміння проведення наукових досліджень в даній галузі, передавати особистий науковий досвід.

ПРН14. Поєднувати розуміння предметної області, здатність до осмислювання та фахової майстерності для створення власних винаходів, проектів, можливість навчати інших дослідників.

ПРН15. Досліджувати ІСТ та приймати науково-обґрунтовані рішення в галузі інформаційних технологій з використанням методів інтелектуального аналізу даних; моделей та методів прийняття рішень; методів та засобів управління ІСТ, аналізу захищеності комп'ютерних мережевих інфраструктур; моделей та методів геометричного проектування; методів захисту інформації в системах інтернету речей, методів та засобів автоматизації процесів керування в інформаційних системах; методів та засобів ефективного управління розподіленими та паралельними обчисленнями в інформаційних системах.

ПРН17. Проектувати інформаційні системи та технології в різних галузях людської діяльності та життя.

1.3. Кількість кредитів **6**

1.4. Загальна кількість годин **180**

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Нормативна	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
2-й	1
Семестр	
3-й	2-й
Лекції	
12 год	
Практичні, семінарські заняття	
24	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота, у тому числі	
144 год.	
Індивідуальні завдання	
	год.

1.6. Заплановані результати навчання: всі компетенції щодо програмного інжинірінга:

- вміння класифікувати мови програмування за їх базовими обчислювальними моделями;
- розуміння принципів імперативного програмування;
- вміння встановлювати обчислюваність і рекурсивну примітивність функцій; вміння користуватися методом нумерації для кодування конструктивних об'єктів;
- вміння застосовувати теореми Райса, Райса-Шапіро і Кліні до задач програмування;
- володіння синтаксичними конструкціями безтипового  $\lambda$ -числення;
- вміння використовувати безтипове  $\lambda$ -числення для програмування;
- володіння технікою типізації;
- вміння використовувати відповідність між логікою і просто типізованим  $\lambda$ -численням;
- вміння використовувати Coq Proof Assistant в простих ситуаціях.

## 2. Тематичний план навчальної дисципліни

*Розділ 1. Вступ.*

*Тема 1. Вступна лекція*

У цій лекції ставиться проблема визначення меж машинних обчислювальних можливостей, вводиться основне поняття обчислювальної моделі та пояснюється два підходи до моделювання обчислювального процесу.

Крім того, пояснюються форми звітності і принципи оцінювання.

## *Розділ 2. Обчислюваність*

Розділ присвячений загальній теорії обчислюваності у частині вивчення питання: за яких умов задача може розв'язуватися з використанням комп'ютером?

### *Тема 1. Машина з необмеженими регістрами.*

Моделювання обчислювальних процесів, що базується на машині з необмеженими регістрами (МНР).

### *Тема 2. Обчислювані функції.*

Визначення класу обчислюваних функцій і операцій з ними. Композиційна теорія обчислюваних функцій.

### *Тема 3. Алгоритмічні та рекурсивні предикати та проблеми.*

Визначення розв'язних і рекурсивно перелічуваних множин, розв'язних і рекурсивних предикатів, розв'язних і напіврозв'язних проблем. Встановлення їх властивостей.

### *Тема 4. Нумерація Геделя та універсальні алгоритми.*

Визначення Гьоделевої нумерації, її властивостей. Теорема про універсальний алгоритм і *smn*-теорема.

### *Тема 5. Алгоритмічно нерозв'язні задачі, семантичні властивості програм та теорема Райса.*

Нерозв'язність проблеми самозастосування. Теорема Райса.

### *Тема 6. Рекурсивні семантичні властивості програм та теорема Райса-Шапіро.*

Поняття тесту. Алгоритми генерації тестів. Напіврозв'язуюча процедура на основі генератора тестів. Теорема Райса-Шапіро.

### *Тема 7. Теорема Кліні про нерухому точку.*

Нерухома точка і формальне визначення семантики рекурсії. Теорема Кліні про нерухому точку.

### *Тема 8. Семантичні моделі формальних мов.*

Застосування результатів теорії обчислюваності для формального визначення семантики мов програмування.

## *Розділ 3. Безтипове -числення.*

Цей розділ демонструє декларативний підхід до моделювання обчислювального процесу, що базується на безтиповому  $\lambda$ -численні і доводиться, що ця модель еквівалентна МНР-моделі.

### *Тема 1. Синтаксис безтипового -числення .*

Визначення синтаксичних конструкцій безтипового -числення, встановлення синтаксичних властивостей -термів.

### *Тема 2. Конверсія та редукція.*

Основні правила перетворень -термів –  $\alpha$ -конверсія,  $\beta$ -редукція і  $\eta$ -конверсія.

### *Тема 3. Теорема Черча-Россера та її наслідки.*

Формулювання і пояснення теореми Черча-Россера. Наслідки теореми Черча-Россера.

### *Тема 4. Обчислення за допомогою безтипового -обчислення.*

Стратегії редукції. Безтипове -числення як система програмування. Еквівалентність безтипового -числення і моделі МНР.

#### *Розділ 4. Типізоване -обчислення та відповідність Каррі-Говарда.*

Розділ містить техніку типізованих термів для забезпечення вирішуваності деяких класів задач. Встановлюється зв'язок між конструктивною логікою і просто типізованим  $\lambda$ -численням, що демонструє найпростіший випадок відповідності Каррі-Говарда.

*Тема 1. Синтаксис просто типізованого  $\lambda$ -обчислення.*

Прості типи. Мова типів. Синтаксис просто типізованого -числення.

*Тема 2. Правила типізації.*

Правила типізації. Типізуємі терми. Існування нетипізуємих термів. Теорема Черча-Россера для просто типізованого -числення. Строга нормалізуємість.

*Тема 3. Логіка PROP1.*

Імплікативне числення висловлювань PROP1. Конструктивна семантика імплікативного числення. Закон Пірса як приклад класично вірного але конструктивно невірною висловлювання.

*Тема 4. Відповідність Каррі-Говарда для просто типізованого  $\lambda$ -обчислення.*

Відповідність Каррі-Говарда між логікою PROP1 і просто типізованим  $\lambda$ -численням.

*Розділ 5. Застосування відповідності Каррі-Говарда.*

Розділ демонструє застосування відповідності Каррі-Говарда до автоматизації доведень і верифікації програм за допомогою Coq Proof Assistant.

*Тема 1. Конструктивна логіка висловлювань в Coq Proof Assistant.*

Моделювання конструктивної логіки висловлювань в Coq Proof Assistant.

*Тема 2. Теорія натуральних чисел в Coq Proof Assistant.*

Моделювання арифметики Пеано в Coq Proof Assistant.

### **3. Структура навчальної дисципліни**

Назви розділів	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
		л	п	лаб.	інд.	с. р.		л	п	лаб.	інд.	с. р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
<b>Розділ 1. Вступ</b>												
Разом за розділом 1	1	1				2						
<b>Розділ 2. Обчислюваність</b>												
Разом за розділом 2	4	4	8			40						
<b>Розділ 3. Безтипове -числення</b>												
Разом за розділом 3	4	4	8			40						
<b>Розділ 4. Типізоване -обчислення та відповідність Каррі-Говарда</b>												
Разом за розділом 4	2	2	4			32						
<b>Розділ 5. Застосування відповідності Каррі-Говарда</b>												
Разом за розділом 5	1	1	4			30						
<b>Усього годин</b>	<b>160</b>	<b>12</b>	<b>24</b>			<b>144</b>						

**4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять**  
Програмою не передбачено

**5. Завдання для самостійної роботи**

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Емуляція МНР мовою Python	4
2	Реалізація бібліотеки оперування з МНР-програмами мовою Python	30
3	Реалізація рекурсії на МНР	10
4	Реалізація безтипового -числення мовою Python	40
5	Реалізація просто типізованого -числення мовою Python	32
6	Верифікація програм за допомогою Coq Proof Assistant	30
	Разом	116

**6. Індивідуальні завдання**

**7. Методи контролю**

Перевірка завдань для самостійної роботи за встановленим семестровим графіком.  
Підсумковий іспит.

**8. Схема нарахування балів**

Підсумковий контроль:

Емуляція МНР мовою Python – 3 бали

Реалізація бібліотеки оперування з МНР-програмами мовою Python - 20 балів

Реалізація рекурсії на МНР - 5 балів

Реалізація безтипового -числення мовою Python – 15 балів

Реалізація просто типізованого -числення мовою Python – 10 балів

Доведення теорем за допомогою Coq Proof Assistant – 7 балів

Екзамен – 40 балів

**Сума - 100**

**Шкала оцінювання**

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано



## **9. Рекомендована література**

### **Основна література**

1. N. Cutland: "Computability: An Introduction to Recursive Function Theory", Cambridge University Press, 1980.
2. H. Rogers, Jr. "Theory of Recursive Functions and Effective Computability", MIT Press, 1987.
3. J. R. Hindley and J. P. Seldin: Lambda-Calculus and Combinators: An Introduction, 2nd edition. Cambridge University Press, 2008.
4. Yv. Bertot, P. Castéran: Interactive Theorem Proving and Program Development. Springer-Verlag, 2004.

### **Допоміжна література**

1. J. Hopcroft, R. Motwani, J. Ullman. "Introduction to Automata Theory, Languages, and Computation" (3rd Edition) 3rd Edition. Pearson, 2006.
2. H. Rogers, Jr. "The Lambda Calculus, Its Syntax and Semantics", North Holland, 1985.

## **10. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення**

Сайт Coq Proof Assistant <http://coq.inria.fr>