

Міністерство освіти і науки України  
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна  
Кафедра електроніки та управляючих систем



Проректор  
з науково-педагогічної роботи

Антон ПАНТЕЛЕЙМОНОВ

« 2020719 » 2021 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

**Теорія ймовірностей**

рівень вищої освіти	<u>перший (бакалаврський) рівень</u>
галузь знань	<u>12 Інформаційні технології</u>
спеціальність	<u>125 Кібербезпека</u>
освітня програма	<u>Кібербезпека</u>
вид дисципліни	<u>обов'язкова</u>
факультет	<u>комп'ютерних наук</u>

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою факультету комп'ютерних наук

«30» червня 2021 року, протокол № 15

**РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ:**

кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри електроніки та управляючих систем  
**Турбін Петро Васильович**

Програму схвалено на засіданні кафедри електроніки та управляючих систем

Протокол від «07» червня 2021 року № 10

Завідувач кафедри електроніки та управляючих систем

  
Микола СТЕРВОЄДОВ

Програму погоджено з гарантом освітньої програми «Кібербезпека»

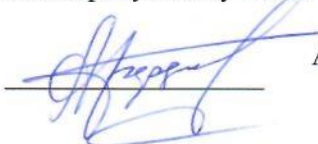
Гарант освітньої програми «Кібербезпека»

  
Сергій РАССОМАХІН

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету комп'ютерних наук

Протокол від «25» червня 2021 року № 9

Голова науково-методичної комісії факультету комп'ютерних наук

  
Анатолій БЕРДНІКОВ

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «Теорія ймовірностей» складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки першого (бакалаврського) рівня вищої освіти спеціальності 125 «Кібербезпека».

Місце дисципліни (в структурно-логічній схемі підготовки фахівців відповідного напрямку). Нормативна навчальна дисципліна «Теорія ймовірностей» є складовою частиною циклу професійної підготовки фахівців освітньо-кваліфікаційного рівня бакалавр, є базовою для вивчення таких спеціальних дисциплін «Аналіз даних», «Математичні основи захисту інформації», «Дослідження операцій».

Зв'язок з іншими дисциплінами. Для засвоєння матеріалу навчальної програми залучаються знання низки математичних дисциплін, зокрема дискретної математики, основ комбінаторики, математичного аналізу, лінійної алгебри в обсязі, передбаченому відповідними навчальними програмами.

### 1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Мета дисципліни – формування системи теоретичних знань і практичних навичок з основ імовірнісно-статистичного апарату, вмінь працювати з основними імовірнісними моделями, опанування основними методами математичної статистики.

1.2. Завдання – вивчення основних принципів та інструментарію імовірнісно-статистичного апарату, опрацювання та застосування отриманих знань до прикладних задач, які потребують імовірнісно-статистичного аналізу.

#### *Інтегральна компетентність.*

Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми у галузі забезпечення інформаційної безпеки і/або кібербезпеки, що характеризується комплексністю та неповною визначеністю умов.

#### *Загальні компетентності (КЗ).*

Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях. КЗ 1.

#### *Спеціальні (фахові, предметні) компетентності*

Здатність до використання інформаційно-комунікаційних технологій, сучасних методів і моделей інформаційної безпеки та/або кібербезпеки. КФ 2.

1.3. Кількість кредитів – 5.

1.4. Загальна кількість годин – 150.

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Нормативна / за вибором	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
2-й	-й
Семестр	
4-й	-й
Лекції	
32 год.	год.
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	год.
Лабораторні заняття	
год.	год.
Самостійна робота	
86 год.	год.
у тому числі індивідуальні завдання	
20 год.	год.

#### 1.6. Заплановані результати навчання

##### **знати:**

- важливі поняття теорії ймовірностей;
- методи обчислення ймовірностей випадкових подій та випадкових величин;
- числові характеристики та закони розподілу випадкових величин;
- закон великих чисел та граничні теореми теорії ймовірностей;
- базові поняття математичної статистики;
- методи опрацювання емпіричних даних, одержання точкових та інтервальних статистичних оцінок невідомих параметрів, перевірки статистичних гіпотез на основі вибірових даних;
- елементи теорії регресії і кореляції;

##### **уміти:**

- застосовувати методи обчислення ймовірностей складних випадкових подій;
- використовувати математичний апарат для дослідження дискретних і неперервних випадкових величин;
- застосовувати методи аналізу статистичної інформації для розв'язання типових практичних задач з поданням результатів у необхідному вигляді (числа, формули, графіка тощо);
- встановлювати теоретико-імовірнісні закономірності та використовувати отримані результати для обґрунтування прийнятих рішень;
- самостійно орієнтуватися в літературних джерелах з предмету.

*В результаті вивчення дисципліни у студента повинні формуватися наступні програмні результати навчання (ПРН).*

- використовувати результати самостійного пошуку, аналізу та синтезу інформації з різних джерел для ефективного рішення спеціалізованих задач професійної діяльності (ПРН 3);
- адаптуватися в умовах часткої зміни технологій професійної діяльності, прогнозувати кінцевий результат (ПРН 5);

- критично осмислювати основні теорії, принципи, методи і поняття у навчанні та професійній діяльності (ПРН 6);
- вирішувати задачі забезпечення та супроводу (в т. числі: огляд, тестування, підзвітність) системи управління доступом згідно встановленої політики безпеки в інформаційних та інформаційно-телекомунікаційних (автоматизованих) системах (ПРН 21);

## 2. Тематичний план навчальної дисципліни

### *Розділ 1. Теорія ймовірностей*

#### *Тема 1. Вступ. Історичний огляд. Основні поняття теорії ймовірностей.*

Вступ. Елементи комбінаторики. Випадкові події. Частота події. Властивості частот. Ймовірність випадкової події. Класичне визначення ймовірності події. Статистичне визначення ймовірності. Поняття ймовірнісного простору. Сигма-алгебра подій. Узагальнення визначення ймовірності. Геометричне визначення ймовірності.

#### *Тема 2. Аксиоматика теорії ймовірностей. Теореми додавання. Умовна ймовірність. Теореми множення. Формула повної ймовірності та формула Байєса.*

Аксиоматичне означення ймовірності. Наслідки із аксіом. Аксіоми неперервності. Теореми додавання. Умовні ймовірності. Теореми множення. Незалежні події. Повна група подій. Формула повної ймовірності. Формула Байєса.

#### *Тема 3. Послідовність незалежних випробувань (схема Бернуллі).*

Схема незалежних випробувань Бернуллі. Формула Бернуллі. Граничні теореми в СНВБ (Локальна теорема Мавра-Лапласа, Інтегральна теорема Муавра-Лапласа. Теорема Пуассона).

#### *Тема 4. Дискретні випадкові величини. Найважливіші дискретні розподіли.*

Дискретні випадкові величини. Розподіл ймовірностей. Випадкова величина. Закони розподілу (одновимірні дискретні). Приклади основних дискретних розподілів. Математичне сподівання. Багатовимірні закони розподілу (дискретні). Основні дискретні розподіли (рівномірний, бернулівський, біноміальний, геометричний, пуассонівський). Функція розподілу, її властивості. Математичне сподівання випадкової величини, його властивості. Дисперсія випадкової величини, її властивості. Середньоквадратичне відхилення.

#### *Тема 5. Функція розподілу випадкової величини. Щільність розподілу. Найважливіші неперервні розподіли.*

Неперервні випадкові величини. Функція розподілу, її властивості. Щільність розподілу, її властивості. Дискретні, абсолютно неперервні та сингулярні розподіли. Основні абсолютно неперервні розподіли (рівномірний, нормальний, експоненціальний, гамма-розподіл, розподіл Коші). Незалежність випадкових величин.

#### *Тема 6. Числові характеристики випадкової величини. Нерівність Чебишова. Кореляція.*

Математичне сподівання, дисперсія, мода, медіана неперервних випадкових величин. Моменти. Нерівність Чебишова. Коваріація. Кореляція.

#### *Тема 7. Багатовимірні випадкові величини. Функції від випадкових величин. Сумісний розподіл випадкових величин. Незалежні випадкові величини.*

Багатовимірна функція розподілу. Багатовимірна щільність розподілу. Функції від випадкових величин. Формула підрахунку ймовірності для випадкового вектора потрапити в прямокутник. Властивості багатовимірної функції розподілу. n-вимірні розподіли. Зв'язок між розподілом ймовірностей та функцією розподілу. Дискретні n-вимірні розподіли. Абсолютно неперервні багатовимірні розподіли.

*Тема 8. Закон великих чисел та його роль у природознавстві. Теорема Бернуллі. Теорема Чебишова.*

Теорема Бернуллі. Нерівність Чебишова. Закон великих чисел у формі Чебишова. Закон великих чисел у формі Хінчина. Теорема Колмогорова про закон великих чисел.

*Тема 9. Центральна гранична теорема.*

Центральна гранична теорема. Умова Ліндеберга. Умова рівномірної мализни. Центральна гранична теорема за умови Ляпунова. Теореми Муавра-Лапласа.

*Розділ 2. Математична статистика*

*Тема 10. Математична статистика: вступ. Основні задачі математичної статистики.*

Вступ. Основні задачі математичної статистики. Вибірковий метод. Порядкові статистики, варіаційний ряд. Емпірична функція розподілу. Граничні теореми для емпіричної функції розподілу. Діаграми, гістограми та полігони частот.

*Тема 11. Параметричне оцінювання. Класифікація оцінок.*

Точкові оцінки. Метод моментів та метод максимальної вірогідності знаходження оцінок.

*Тема 12. Класифікація оцінок.*

Незміщеність, конзистентність та ефективність оцінок. Умови регулярності. Достатні статистики. Нерівність Крамера-Рао.

*Тема 13. Інтервальне оцінювання.*

Визначення точного довірчого інтервалу за допомогою заданої статистики. Інтервальні оцінки параметрів нормального розподілу.

*Тема 14. Критерії перевірки непараметричних гіпотез.*

Прості і складні гіпотези. Статистичні критерії для перевірки гіпотез. Перевірка гіпотези про вид розподілу. Перевірка гіпотези про однорідність. Перевірка гіпотез про незалежність. Перевірка гіпотези про випадковість.

*Тема 15. Критерії перевірки параметричних гіпотез*

Критерії згоди Неймана-Пірсона та Колмогорова.

*Тема 16. Регресійний аналіз.*

Лінійна регресія. Оцінки параметрів регресії за методом найменших квадратів. Довірчі інтервали параметрів регресії. Перевірка гіпотез про параметри регресії.

### 3. Структура навчальної дисципліни

Назва модулів і тем	Кількість годин					
	Денна форма					
	Усього	у тому числі				
л		п	лаб	інд	сп	
1	2	3	4	5	6	7
<b>Розділ 1 Теорія ймовірностей</b>						
Тема 1. Вступ. Історичний огляд. Основні поняття теорії ймовірностей.	9	2	2			5
Тема 2. Аксиоматика теорії ймовірностей. Теореми додавання. Умовна ймовірність. Теореми множення. Формула повної ймовірності та формула Байєса.	9	2	2			5
Тема 3. Послідовність незалежних випробувань (схема Бернуллі).	9	2	2			5
Тема 4. Дискретні випадкові величини. Найважливіші дискретні розподіли.	9	2	2			5
Тема 5. Функція розподілу випадкової величини. Щільність розподілу. Найважливіші неперервні розподіли.	9	2	2			5
Тема 6. Числові характеристики випадкової величини. Нерівність Чебишова. Кореляція.	9	2	2			5
Тема 7. Багатовимірні випадкові величини. Функції від випадкових величин. Сумісний розподіл випадкових величин. Незалежні випадкові величини.	9	2	2			5
Тема 8. Закон великих чисел та його роль у природознавстві. Теорема Бернуллі. Теорема Чебишова.	9	2	2			5
Тема 9. Центральна гранична теорема.	9	2	2			5
<b>Разом за розділом 1</b>	<b>81</b>	<b>18</b>	<b>18</b>			<b>45</b>
<b>Розділ 2 Математична статистика</b>						
Тема 10. Математична статистика: вступ. Основні задачі математичної статистики.	10	2	2			6
Тема 11. Параметричне оцінювання.	10	2	2			6
Тема 12. Класифікація оцінок.	10	2	2			6
Тема 13. Інтервальне оцінювання.	10	2	2			6
Тема 14. Критерії перевірки непараметричних гіпотез.	10	2	2			6
Тема 15. Критерії перевірки параметричних гіпотез.	10	2	2			6
Тема 16. Регресійний аналіз.	9	2	2			5
<b>Разом за розділом 1</b>	<b>69</b>	<b>14</b>	<b>14</b>			<b>41</b>
<b>Усього годин</b>	<b>150</b>	<b>32</b>	<b>32</b>			<b>86</b>

#### 4. Теми лабораторних (практичних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1.	Елементи комбінаторики. Класичне визначення ймовірності.	2
2.	Теорема додавання, умовна ймовірність та теорема множення.	2
3.	Формула повної ймовірності та формула Байеса.	2
4.	Послідовність незалежних випробувань (схема Бернуллі), геометричне визначення ймовірності.	2
5.	Дискретні випадкові величини.	2
6.	Неперервні випадкові величини.	2
7.	Сумісний розподіл випадкових величин. Кореляція.	2
8.	Теореми Муавра-Лапласа.	2
9.	Контрольна робота.	2
10.	Вибіркові характеристики. Побудова гістограм, полігонів.	2
11.	Метод максимальної вірогідності одержання точкових оцінок.	2
12.	Незміщеність і ефективність оцінок.	2
13.	Інтервальні оцінки параметрів нормального розподілу.	2
14.	Критерії згоди Пірсона та Колмогорова.	2
15.	Оцінки параметрів регресії по методу найменших квадратів.	2
16.	Контрольна робота.	2
	<b>Разом</b>	<b>32</b>

#### 5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1.	Повторення основних формул комбінаторики та понять теорії множин. Підготовка до практичних занять.	10
2.	Вивчення додаткових матеріалів за темою «Послідовність незалежних випробувань (схема Бернуллі)».	5
3.	Розв'язання задач з використанням геометричного визначення ймовірності у трьохвимірному просторі.	7
4.	Підготовка до практичних занять.	9
5.	Розв'язання додаткових задач за темою «Багатовимірні випадкові величини» та вивчення багатовимірного нормального розподілу.	9
6.	Підготовка до контрольної роботи.	7
7.	Моделювання вибірок та імітація випадкових величин	5
8.	Вивчення додаткових матеріалів за темою «Критерії згоди Пірсона та Колмогорова».	9
9.	Підготовка до практичних занять.	9
10.	Ознайомлення з нелінійними регресійними моделями.	7
11.	Підготовка до контрольної роботи.	9
	<b>Разом</b>	<b>86</b>

#### 6. Індивідуальні завдання

Індивідуальне навчально-дослідне завдання – 4 домашніх завдання.



## 7. Методи навчання

На досягнення освітніх цілей спрямовані такі методи навчання студентів:

– практичні (використовують для пізнання дійсності, формування навичок і вмінь, поглиблення знань. Під час їх застосування використовуються такі прийоми: планування виконання завдання, постановка завдання, оперативне стимулювання, контроль і регулювання, аналіз результатів, визначення причин недоліків);

– пояснювальне-ілюстративний (використовують для викладання й засвоєння нового навчального матеріалу, фактів, підходів, оцінок, висновків тощо);

– репродуктивний (для застосування студентами вивченого на основі зразка або правила, алгоритму, що відповідає інструкціям, правилам, в аналогічних до представленого зразка ситуаціях);

Як правило лекційні та практичні заняття проводяться аудиторне. В умовах дії карантину заняття проводяться відповідно до Наказу ректора Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна (аудиторне або дистанційно за допомогою платформ Google Meet або Zoom).

## 8. Методи контролю

Поточне опитування, оцінювання виконання контрольних робіт, підсумковий комбінований письмовий іспит.

Підсумковий семестровий контроль - *Іспит – письмово*. Поточний контроль – *контрольна робота, виконання домашніх завдань*.

## 9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання				Контрольна робота	Разом	Екзамен	Сума
Розділ 1		Розділ 2.					
T1 - T5	T6 - T9	T10 - T13	T14 - T16				
5	5	5	5	40	60	40	100

Максимальну кількість балів отримують виконані студентами контрольні роботи повністю правильно з детальними поясненнями.

## КРИТЕРІЇ ОЦІНКИ УСПІШНОСТІ ТА РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ

### Критерії оцінювання практичних занять

Протягом семестру студент має виконати 4 індивідуальних завдання за відповідними темами. Кожне завдання складається з двох пунктів (теоретичне питання та задача) і оцінюється в 5 балів. Таким чином, загалом за індивідуальні завдання можна отримати 20 балів.

### Критерії оцінювання контрольної роботи

Протягом семестру студент має виконати 2 контрольні роботи. Перша контрольна робота за розділом 1 «Теорія ймовірностей», друга контрольна робота за розділом 2 «Математична статистика». Ці контрольні роботи передбачені навчальним планом підготовки.

Контрольна робота складається з двох пунктів: теоретичного питання і задачі. Кожна контрольна робота оцінюється в 20 балів.

17-20 балів:

- студент демонструє глибоке розуміння теми питання,
- студент повністю розкриває сутність питання,
- в роботі наведені приклади, якщо це необхідно,
- задача розв'язана правильно з детальними поясненнями,
- текст роботи викладено лаконічно, чітко, логічно та послідовно,
- робота демонструє високий рівень засвоєння матеріалу курсу;

13-16 балів:

- студент демонструє розуміння теми питання,
- студент в цілому розкриває сутність питання,
- в роботі наведені деякі з необхідних прикладів,
- задача розв'язана правильно, але містяться деякі похибки,
- текст роботи викладено в цілому логічно та послідовно,
- робота демонструє хороший рівень засвоєння матеріалу курсу;

9-12 балів:

- студент демонструє базове розуміння теми питання,
- студент частково розкриває сутність питання,
- в роботі не наведені необхідні приклади,
- розв'язання задачі містить дрібні помилки,
- текст роботи викладено в цілому логічно, але не завжди послідовно,
- робота демонструє середній рівень засвоєння матеріалу курсу;

5-8 балів:

- студент демонструє часткове розуміння теми питання,
- студент не достатньо розкриває сутність питання,
- в роботі не наведені необхідні приклади,
- присутня спроба розв'язання задачі,
- текст роботи викладено дещо хаотично та не завжди логічно,
- робота демонструє часткове засвоєння матеріалу курсу;

1-4 балів:

- студент дещо помилково розуміє тему питання,
- студент не розкриває сутність питання,
- в роботі не наведені необхідні приклади,
- задача не розв'язана,
- текст роботи викладено хаотично та не логічно,
- робота демонструє мінімальний рівень засвоєння матеріалу курсу;

0 балів: робота відсутня.

### **Критерії оцінювання виконання письмового іспиту**

В кінці семестру студент має скласти письмовий іспит. Іспит складається в аудиторії. Він розрахований на 1 пару (80 хвилин), складається з двох питань: теоретичного питання та задачі. Необхідно дати детальну відповідь на питання та правильно розв'язати задачу. Іспит оцінюється у 40 балів. Кожне питання має фіксовану максимальну кількість балів 20 та оцінюється окремо таким чином:

- повна, розгорнута відповідь, що містить приклади та додаткові відомості, які були опрацьовані протягом семестру несамотійній роботі, правильно розв'язана задача з детальними поясненнями розв'язання – 100% від запланованої кількості балів за питання;
- повна, але не розгорнута відповідь, відсутність достатньої кількості прикладів, правильне розв'язання задачі без детального пояснення ходу розв'язання – 90% від запланованої кількості балів за питання;

- повна, але не розгорнута відповідь, що містить незначні помилки чи неточності, правильне розв’язання задачі, без деталізації, або яке містить деякі неточності – 80% від запланованої кількості балів за питання;
- неповна відповідь, що не містить критичних помилок та неточностей, правильне розв’язання задачі з деякими неточностями або дрібними помилками – 70% від запланованої кількості балів запитання;
- неповна відповідь, що містить істотні, але не критичні помилки або неточності, розв’язання задачі містить некритичні помилки, хід розв’язання задачі правильний – 50 % від запланованої кількості балів за питання;
- відповідь, що в цілому вірна, але містить критичну помилку чи неточність, розв’язання задачі містить помилки, порушується правильний хід розв’язання задачі – 25 % від запланованої кількості балів за питання;
- відповідь не вірна, або відповідь відсутня, задача розв’язана не правильно, або розв’язання відсутнє – оцінюється в 0 балів.

### Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано

## 10. Рекомендована література

### Основна література

Конспект лекцій (друкована копія, частково в електронній формі). Опорні конспекти лекцій, методичні рекомендації до курсу, що вивчається.

1. Скороход А.В. Елементи теорії ймовірностей та теорії випадкових процесів. Київ: Вища школа. 1975.
2. Слюсарчук П.В. Теорія ймовірностей та математична статистика. Ужгород: «Карпати». 2005.
3. Лебедев Є.О., Чечельницький О.А., Шарапов М.М., Братійчук М.С. Збірник задач з теорії ймовірностей. КНУ ім. Т. Шевченка. 2006.
4. Гнеденко Б.В. Курс теорії ймовірностей. –К: ВПЦ «Київський університет», 2010. –464 с.

### Допоміжна література

1. Ламперти Дж. Випадкові процеси. К.: Вища школа. 1983.