

Міністерство освіти і науки України  
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна  
Кафедра теоретичної та прикладної системотехніки

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

В.о. декана факультету комп'ютерних наук

Євгенія КОЛОВАНОВА

“ 30 ” червня 2023 р.



Робоча програма навчальної дисципліни

## Чисельні методи

Рівень вищої освіти перший (бакалаврський)

Галузь знань 15 «Автоматизація та приладобудування»

Спеціальність 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»

Освітня програма «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»

Вид дисципліни за вибором

Факультет Комп'ютерних наук

2023 / 2024 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету комп'ютерних наук  
«29» червня 2023 року, протокол № 14

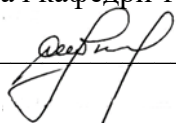
**РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ:**

кандидат економічних наук, доцент кафедри теоретичної та прикладної системотехніки  
**Ольга ЧУБ**

кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри теоретичної та прикладної  
системотехніки **Альберт КОТВИЦЬКИЙ**

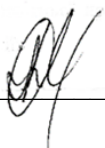
Програму схвалено на засіданні кафедри теоретичної та прикладної системотехніки  
«08» червня 2023 року, протокол № 13

Завідувач кафедри теоретичної та прикладної системотехніки

  
\_\_\_\_\_ Сергій ШМАТКОВ

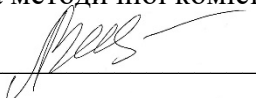
Програму погоджено з гарантом освітньої програми «Автоматизація та комп'ютерно-  
інтегровані технології»

Гарант освітньої програми «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані  
технології»

  
\_\_\_\_\_ Дмитро ЛАБЕНКО

Програму погоджено методичною комісією факультету комп'ютерних наук  
«21» червня 2023 року, протокол № 12

Голова методичної комісії факультету комп'ютерних наук

  
\_\_\_\_\_ Лариса ВАСИЛЬЄВА

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «Чисельні методи» розроблена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки першого (бакалаврського) рівня за спеціальністю 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології».

### 1. Опис навчальної дисципліни

#### 1.1. Мета викладання навчальної дисципліни.

Метою викладання навчальної дисципліни «Чисельні методи» є:

- здобуття знань та навичок, необхідних для чисельного розв'язання задач, які зустрічаються в практиці, та які не мають аналітичного розв'язку, або для яких знаходження аналітичного розв'язку є недоцільним;
- засвоєння студентами основ обчислювальної математики, надбання навичок з адаптації стандартних алгоритмів до нових – чисельних розв'язків складних прикладних задач;
- розвиток вмінь з програмної реалізації алгоритмів розв'язання задач чисельного обчислення різними мовами програмування.

#### Об'єкт вивчення навчальної дисципліни.

Об'єктом вивчення дисципліни «Чисельні методи» є сучасна методологія математичного моделювання, принципи розв'язання задач прикладної математики та аналізу здобутих результатів, а також шляхи використання для цієї мети комп'ютерних систем і спеціалізованих пакетів прикладних програм.

#### Предмет вивчення дисципліни.

Предметом вивчення дисципліни «Чисельні методи» є методи й алгоритми розв'язання задач, які виникають в процесі інженерної діяльності, управління та прогнозування, а також моделювання фізичних систем, що оточують людину.

#### 1.2. Завдання вивчення дисципліни.

Завданнями вивчення дисципліни «Чисельні методи» є:

- вивчення методів та алгоритмів чисельного розв'язання – алгебраїчних і трансцендентних рівнянь, систем лінійних алгебраїчних рівнянь, задач апроксимації, чисельного диференціювання й інтегрування, звичайних диференціальних рівнянь і їхніх систем, що не інтегруються в елементарних функціях – та їх програмна реалізація мовами програмування;
- підготовка фахівців, здатних математично формалізувати та моделювати конкретні процеси, правильно обирати наближений метод розв'язання проблеми, ефективно застосовувати чисельні методи розв'язання задач з використанням спеціалізованих комп'ютерних систем.

### *Інтегральна компетентність*

Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми, що характеризуються комплексністю та невизначеністю умов, під час професійної діяльності у галузі автоматизації або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів галузі.

### *Загальні компетентності (ЗК).*

ЗК 1. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ЗК4. Навички використання інформаційних і комунікаційних технологій.

### *Спеціальні (фахові, предметні) компетентності (СК)*

ФК 1. Здатність застосовувати знання математики, в обсязі, необхідному для використання математичних методів для аналізу і синтезу систем автоматизації.

ФК 4. Здатність застосовувати методи системного аналізу, математичного моделювання, ідентифікації та числові методи для розроблення математичних моделей окремих елементів та систем автоматизації в цілому, для аналізу якості їх функціонування із використанням новітніх комп'ютерних технологій.

## **1.3. Кількість кредитів – 4.**

## **1.4. Загальна кількість годин – 120.**

## **1.5. Характеристика навчальної дисципліни**

Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
3-й	3-й
Семестр	
6-й	6-й
Лекції	
32 год.	16 год.
Практичні, семінарські заняття	
0 год.	0 год.
Лабораторні заняття	
32 год.	16 год.
Самостійна робота	
56 год.	88 год.
Індивідуальні завдання	
0 год.	

### **1.6. Заплановані результати навчання:**

Відповідно до вимог освітньо-кваліфікаційного рівня підготовки за результатами вивчення дисципліни студенти повинні –

#### **знати:**

- особливості побудови математичних моделей;
- чисельні методи розв'язання алгебраїчних і трансцендентних рівнянь;
- методи обробки даних (методи інтерполяції та апроксимації даних, чисельного диференціювання та інтегрування);
- чисельні методи розв'язання звичайних диференціальних рівнянь;
- методики застосування алгоритмів обчислювальної математики для розв'язання інженерних задач;
- особливості використання інформаційних технологій в контексті ефективного спілкування на професійному та соціальному рівнях;

#### **уміти:**

- застосовувати знання для ідентифікації, формулювання і розв'язання технічних задач спеціальності, в тому числі методи, які є придатними для досягнення поставлених цілей;
- аргументувати вибір методів розв'язування спеціалізованих задач, критично оцінювати отримані результати, обґрунтовувати та захищати прийняті рішення;
- використовувати сучасні методи та мови програмування для розроблення алгоритмічного та програмного забезпечення – вбудованих і розподілених застосувань, в тому числі мобільних;
- розв'язувати алгебраїчні та трансцендентні рівняння;
- розв'язувати системи лінійних алгебраїчних рівнянь;
- розв'язувати задачі інтерполяції й апроксимації;
- чисельно диференціювати та інтегрувати;
- ідентифікувати, класифікувати та описувати роботу комп'ютерних систем та їх компонентів.
- системно мислити та застосовувати творчі здібності до формування нових ідей;
- здійснювати пошук інформації в різних джерелах для розв'язання задач комп'ютерної інженерії;
- ефективно працювати як індивідуально, так і у складі команди;

#### **придбати навички:**

- складання узагальненого алгоритму розв'язання поставленої задачі шляхом її декомпозиції на основі спадної та/або висхідної концепцій;

- складання алгоритмів розв'язання алгебраїчних і трансцендентних рівнянь, систем лінійних алгебраїчних рівнянь, задач інтерполяції та апроксимації, чисельного диференціювання, інтегрування та знаходження екстремумів функцій;
- проведення аналізу результатів математичних розрахунків;
- створення програм в інтегрованому середовищі алгоритмічних мов високого рівня (редагування, компіляція, виконання);
- проведення експериментів, збирання даних та моделювання в комп'ютерних системах;

**мати уявлення:**

- про роль сучасних методів прикладної математики, математичного моделювання в розв'язанні прикладних інженерних та виробничих задач;
- про перспективи розвитку обчислювальної математики;
- про сучасне спеціалізоване програмне забезпечення;
- про вплив технічних рішень на суспільний, економічний і соціальний контексти.

*В результаті вивчення дисципліни у студента повинні формуватися наступні програмні результати навчання (ПРН).*

ПРН 1. Знати лінійну та векторну алгебру, диференціальне та інтегральне числення, функції багатьох змінних, функціональні ряди, диференціальні рівняння для функції однієї та багатьох змінних, операційне числення, теорію функції комплексної змінної, теорію ймовірностей та математичну статистику, теорію випадкових процесів в обсязі, необхідному для користування математичним апаратом та методами у галузі автоматизації.

ПРН 6. Вміти застосовувати методи системного аналізу, моделювання, ідентифікації та числові методи для розроблення математичних та імітаційних моделей окремих елементів та систем автоматизації в цілому, для аналізу якості їх функціонування із використанням новітніх комп'ютерних технологій.

ПРН 9. Вміти проектувати багаторівневі системи керування і збору даних для формування бази параметрів процесу та їх візуалізації за допомогою засобів людино-машинного інтерфейсу, використовуючи новітні комп'ютерно-інтегровані технології

ПРН 12. Вміти використовувати різноманітне спеціалізоване програмне забезпечення для розв'язування типових інженерних задач у галузі автоматизації,

зокрема, математичного моделювання, автоматизованого проектування, керування базами даних, методів комп'ютерної графіки.

## 2. Тематичний план навчальної дисципліни

### *Тема № 1. Вступ до чисельних методів*

- Класифікація та характеристики чисельних методів;
- Оцінювання точності чисельних методів;
- Поняття абсолютної та відносної погрішності.

### *Тема №2. Точні методи розв'язання систем лінійних рівнянь*

- Особливості точних методів;
- Метод Гаусса – умови застосування, алгоритм, прямий та зворотний хід.

### *Тема № 3. Наближені методи розв'язання систем лінійних рівнянь*

- Особливості наближених методів;
- Метод простих ітерацій – умови застосування, алгоритм, умова збіжності, розв'язок з заданою точністю.

### *Тема № 4. Методи розв'язання систем лінійних рівнянь великої розмірності*

- Поняття систем великої розмірності;
- Розріджені матриці – визначення та класифікація;
- Алгоритм методу LU-розкладання;
- Алгоритм методу прогонки.

### *Тема № 5. Методи розв'язання нелінійних рівнянь з одним невідомим*

- Загальний вигляд нелінійних рівнянь;
- Відокремлення коренів;
- Метод дихотомії – алгоритм та умова збіжності;
- Відмінності методів дихотомії, хорд та Ньютона.

### *Тема № 6. Методи розв'язання систем нелінійних рівнянь*

- Постановка задачі розв'язання систем нелінійних рівнянь;
- Алгоритм методу Ньютона;
- Алгоритм методу найменших квадратів.

### *Тема № 7. Методи обчислення власних значень і власних векторів матриці*

- Поняття та властивості власних значень і власних векторів матриці;
- Алгоритм методу ітерації для обчислення власних значень;
- Поняття та властивості подібних матриць;
- QR-алгоритм.

*Теми № 8-9. Методи наближення функцій*

- Поняття апроксимації;
- Метод найменших квадратів;
- Апроксимація лінійною квадратичною та кубічною функціями;
- Поняття інтерполяції;
- Кусково-лінійна інтерполяція;
- Кусково-квадратична інтерполяція;
- Інтерполяція поліномом Лагранжа;
- Інтерполяція поліномом Ньютона.

*Тема № 10. Чисельне диференціювання функцій*

- Постановка задачі чисельного диференціювання функцій;
- Симетрична формула диференціювання;
- Формули диференціювання вперед та назад.

*Тема № 11. Чисельне інтегрування функцій*

- Постановка задачі чисельного інтегрування;
- Формула прямокутників;
- Формула трапецій;
- Формула Сімпсона.

*Теми № 12-14. Задача Коші для звичайних диференціальних рівнянь*

- Постановка задачі Коші;
- Розв'язання задачі Коші для диференційного рівняння n-го порядку;
- Розв'язання задачі Коші для системи диференціальних рівнянь;
- Алгоритм методу Ейлера;
- Графічна інтерпретація методу Ейлера;
- Розв'язання задачі Коші для диференційного рівняння першого порядку методом Ейлера;
- Метод Рунге-Кутта четвертого порядку;
- Розв'язання задачі Коші для диференційного рівняння першого порядку методом Рунге-Кутта;
- Порівняння методів розв'язання задачі Коші.

*Тема № 15. Багатокрокові методи розв'язання диференціальних рівнянь*

- Поняття багатокрокових методів;
- Метод Адамса-Бошфорда;
- Метод Адамса-Мултона;
- Метод прогнозу і кореляції.

*Тема № 16. Чисельні методи розв'язання інтегральних рівнянь*



- Поняття та класифікація інтегральних рівнянь;
- Метод квадратурних сум;
- Метод послідовних наближень;
- Метод колокацій.

### 3. Структура навчальної дисципліни

Назви тем	Кількість годин					
	Денна форма					
	Всього	у тому числі:				
Л		ПЗ	ЛР	Інд.	СР	
1	2	3	4	5	6	7
Вступ до чисельних методів		2				6
Точні методи розв'язання систем лінійних рівнянь		2		4		
Наближені методи розв'язання систем лінійних рівнянь		2		4		
Методи розв'язання систем лінійних рівнянь великої розмірності		2				10
Методи розв'язання нелінійних рівнянь з одним невідомим		2		4		
Методи розв'язання систем нелінійних рівнянь		2				8
Методи обчислення власних значень і власних векторів матриці		2				6
Методи наближення функцій		4		8		
Чисельне диференціювання функцій		2				10
Чисельне інтегрування функцій		2		4		
Задача Коші для звичайних диференціальних рівнянь		6		8		
Багатокрокові методи розв'язання диференціальних рівнянь		2				8
Чисельні методи розв'язання інтегральних рівнянь		2				8
<b>Сумарна кількість годин</b>		<b>120</b>		<b>32</b>		<b>56</b>

### 4. Теми лабораторних занять

№ п/п	Назва теми	Кількість годин
1	Розв'язання систем лінійних рівнянь методом Гаусса	4
2	Розв'язання систем лінійних рівнянь методом простих ітерацій	4
3	Розв'язання нелінійних рівнянь методами відсікання відрізків	4
4	Розв'язання задач інтерполяції та апроксимації функції	8
5	Розв'язання задач знаходження наближеного значення визначеного інтеграла	4
6	Розв'язання задачі Коші методами Ейлера та Рунге-Кутта	8
	<b>Сумарна кількість годин</b>	<b>32</b>

## 5. Завдання для самостійної роботи

№ п/п	Зміст	Кількість годин
1	Комбінований метод. Визначення похибки обчислень	4
2	Чисельні методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь зі стрічковою матрицею. Метод прогону	4
3	Ітераційні методи рішення систем нелінійних алгебраїчних рівнянь	4
4	Загальний вигляд кубічного сплайна. Побудова кубічного сплайна. Види сплайнів	4
5	Апроксимація даних за допомогою штучних однонаправлених та радіальних нейронних мереж, які навчаються	4
6	Найпростіші квадратурні формули. Похибки квадратурних формул	4
7	Багатокрокові методи рішення звичайних диференціальних рівнянь. Метод Мілна. Метод Адамса	6
8	Чисельні методи розв'язання звичайних диференціальних рівнянь. Методи кінцевих різниць. Уточнений метод Ейлера. Оцінка похибок	6
9	Підготовка реферату	20
	<b>Сумарна кількість годин</b>	<b>56</b>

## 6. Методи контролю

Контроль роботи студентів при вивченні дисципліни та засвоєння навчального матеріалу здійснюється на лабораторних заняттях шляхом виконання завдань лабораторних робіт та захисту відповідних звітів. Підсумковий контроль здійснюється на заліку.

Студенти, які не захистили впродовж семестру 6 звітів з виконання лабораторних робіт, до заліку не допускаються.

При дистанційному навчанні видача практичних завдань та контроль їх виконання здійснюється за допомогою поштового сервісу Gmail та хмарного середовища Goggle Drive. Лекційні заняття проводяться із використанням сервісу відеоконференцій Google Meet. Підсумковий контроль у вигляді заліку проводиться шляхом відповіді на заліковий білет та онлайн опитування із використанням сервісу відеоконференцій Google Meet.

## 7. Схема нарахування балів

Вид контролю	Кількість балів
<b>Лабораторні роботи, в тому числі:</b>	<b>60</b>
1. Розв'язання систем лінійних рівнянь методом Гаусса	<b>10</b>
2. Розв'язання систем лінійних рівнянь методом простих ітерацій	<b>10</b>
3. Розв'язання нелінійних рівнянь методами відсікання відрізків	<b>10</b>
4. Розв'язання задач інтерполяції та апроксимації функції	<b>10</b>

5. Розв'язання задач знаходження наближеного значення визначеного інтеграла	10
6. Розв'язання задачі Коші методами Ейлера та Рунге-Кутта	10
<b>Залік</b>	<b>40</b>
<b>Сумарна кількість балів</b>	<b>100</b>

### 8. Критерії оцінювання знань студентів за лабораторні роботи

Вимоги	Кількість балів
Студент виконує завдання повністю без допомоги викладача. За результатами виконання самостійно готує звіт. Під час захисту правильно відповідає на усі запитання викладача за темою роботи.	8-10
Студент виконує завдання повністю без допомоги викладача, але з несуттєвими помилками. За результатами виконання самостійно готує звіт. Під час захисту правильно відповідає на більшість запитань викладача за темою роботи.	6-8
Студент виконує частину завдання без допомоги викладача. За результатами виконання самостійно готує звіт. Під час захисту правильно відповідає на деякі запитання викладача за темою роботи.	4-6
Студент виконує завдання та готує звіт лише за допомоги викладача.	2-3
Студент не має достатніх знань, щоб виконати завдання навіть з допомогою викладача.	1

### Критерії оцінювання залікових робіт студентів

Вимоги	Кількість балів
Показані всебічні систематичні знання та розуміння навчального матеріалу; безпомилково виконані завдання.	35-40
Показані повні знання навчального матеріалу; помилки, якщо вони є, не носять принципового характеру.	30-35
Показано повне знання необхідного навчального матеріалу, але допущені помилки.	20-30
Показано повне знання необхідного навчального матеріалу, але допущені суттєві помилки	10-20
Показано недосконале знання навчального матеріалу, допущені суттєві помилки.	5-10
Показано недосконале знання навчального матеріалу, допущені суттєві помилки, які мають принциповий характер; обсяг знань не дозволяє засвоїти предмет.	1-5

### Шкала оцінювання семестрової роботи

Сума балів	Оцінка	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90-100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано

### 9. Рекомендована література

#### *Базова література*

1. Пасічник В.В., Висоцька В.А., Андруник В.А. Чисельні методи в комп'ютерних науках: Навч. посібник. – Львів: Новий світ. – 2019. – 470 с.
2. Волонтир Л.О., Зелінська О.В., Потапова Н.А. Чисельні методи: Навч. посібник. – Вінниця: ВНАУ, 2019. – 322 с.
3. Руденко В.Д., Жугастров О.О. Основи алгоритмізації і програмування мовою Python. – Х.: Видавництво «Ранок». – 2020. – 192 с.
4. Ярошенко О.І., Григорків М.В. Числові методи: Навч. посібник. – Чернівці: Чернівецький нац. ун-т, 2018. – 172 с.
5. Дичка І.А., Онай М.В., Гадиняк Р.А. Чисельні методи. Розв'язання задач лінійної алгебри та нелінійних рівнянь. Лабораторний практикум: Навч. посібник. – К.: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. – 95 с.
6. Langtangen H.P., Mardal K.-A. Introduction to Numerical Methods for Variational Problems. – Springer Nature Switzerland A&G, 2019. – 395 p.
7. Gupta R.K. Numerical Methods: Fundamentals and Application. – Cambridge University Press, 2019. – 373 p.
8. Chandra S., Sharma M.K. Numerical Methods and Data Analysis. – IK International Publishing House Pvt. LTD, 2020. – 418 p.
9. Ghaboussi J., Wu X.V. Numerical Methods in Computational Mechanics. – Taylor & Francis, 2020. – 313 p.
10. Grune L., Ferretti R., Mceneaney M.W. Numerical Methods for Optimal Control Problems. – Springer Nature Switzerland A&G, 2021. – 268 p.
11. Herbert B., Keller D. Numerical Methods for Two-Point Boundary-Value Problems. – Dover Publications Inc., 2020. – 416 p.
12. Friedland S., Overton O. The Formulation and Analysis of Numerical Methods for Inverse Eigenvalue Problems. – Franklin Classics, 2019. – 158 p.

13. Surana K.S. Numerical Methods and Methods of Approximation in Science and Engineering. – Taylor & Francis, 2019. – 478 p.

14. Khoury R., Douglas H. Numerical Methods and Modelling for Engineering. – Springer Nature Switzerland A&G, 2019. – 332 p.

### *Допоміжна література*

1. Xu J. Numerical Programming and Math Functions for Real-World .NET Applications with C#. – Independently published, 2019. – 470 p.

2. Kharab A, Guenther R. An Introduction to Numerical Methods: A MATLAB Approach. – Taylor & Francis, 2020. – 615 p.

3. Monahan J. Numerical Methods of Statistics. – Cambridge University Press, 2020. – 464 p.

4. Segura J., Gil A., Temme N.M. Numerical Methods for Special Functions. – Society for Industrial AND Applied Mathematics, 2020. – 431 p.